

Lista de Exercícios XIV

- ① Mostre que o seguinte campo eletromagnético satisfaz as equações de Maxwell:

$$\begin{aligned} E_x &= E_y = 0 \\ E_z &= \cos(y - ct) \\ B_x &= \cos(y - ct) \\ B_y &= B_z = 0 \end{aligned}$$

- ② Considere um capacitor de placas paralelas circulares de raio a separadas por uma distância $d \ll a$. As placas estão ligadas a um gerador de corrente alternada que fornece uma carga $Q = Q_0 \sin(\omega t)$ ao capacitor. Admita que o campo \vec{E} entre as placas é uniforme, desprezando efeitos de borda. Calcule o campo magnético \vec{B} na região entre as placas a uma distância r do eixo.

- ③ Dadas as equações de Maxwell no vácuo:

$$\begin{aligned} (1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & (2) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ (3) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & (4) \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{J} \end{aligned}$$

- (a) Deduza a equação de continuidade. (**Sugestão:** $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{X}) = 0$, \forall campo vetorial \vec{X}).
- (b) Utilizando as equações de Maxwell *na ausência de fontes* (isto é, $\rho = J = 0$), mostre que \vec{E} e \vec{B} satisfazem as equações de onda. Qual é a velocidade de propagação desta onda? (**Sugestão:** Lembre-se de que $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{X}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{X}) - \nabla^2 \vec{X}$).
- ④ Considere uma onda eletromagnética que viaja no vácuo cujo campo magnético é dado por $\vec{B} = 10^{-8} \cos[(y + 3/4 z) 10^7 - \omega t] \hat{x}$ (em Tesla).

- (a) Determine a direção e o sentido de propagação da onda.
- (b) Calcule sua frequência angular ω e seu comprimento de onda λ .
Você sabe dizer qual é a cor desta luz?
- (c) Determine o vetor campo elétrico \vec{E} .
- (d) Qual é o versor de polarização?

⑤ Considere o circuito da figura 1 e a equação de Maxwell-Ampère,

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{J}.$$

- (a) Determine a carga $Q(t)$ no capacitor e calcule o campo elétrico decorrente $\vec{E}(t)$ entre suas placas.
- (b) Escreva a equação de Maxwell-Ampère na forma integral.
- (c) Escolhendo a superfície 1 (veja a figura), mostre que $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$.
- (d) Escolhendo a superfície 2, calcule $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l}$, e mostre que é coerente com o resultado do item anterior.

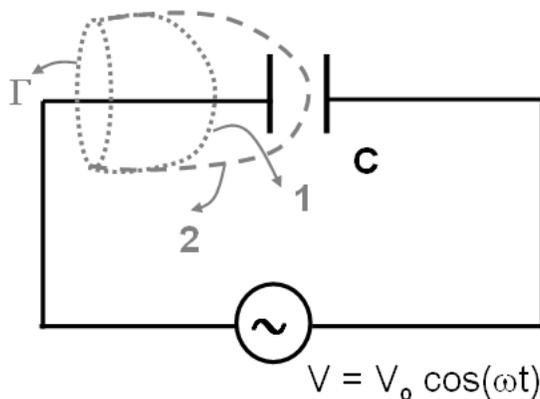


Figura 1: