Lista de Exercícios XIII

① Uma espira retangular com área A formada por N voltas de um fio condutor é colocada num campo magnético uniforme e constante com magnitude B, tal como mostrado na figura 1 (inicialmente, porém, sem rotação).

(a) Supondo que o vetor normal à área da espira forme um ângulo θ com o campo magnético $\vec{B}$, calcule o fluxo magnético que atravessa a espira.

(b) Um agente externo coloca a espira para girar com velocidade angular constante ω conforme esquematizado na figura 1. Calcule a força eletromotriz $\varepsilon(t)$ gerada entre os terminais da espira. Este é o princípio de funcionamento de um *gerador*.

(c) Se um resistor R é ligado aos terminais da espira (cuja resistência é desprezível), formando um circuito em que passa uma corrente elétrica I, qual é a potência fornecida pelo agente externo, qualquer que seja ele?

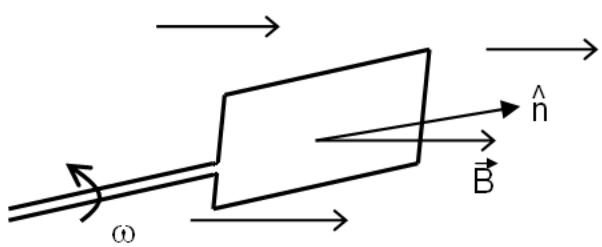


Figura 1:

② Um *transformador* é construído de acordo com a figura 2. Suponha que as espiras do primário e secundário, formadas, respectivamente, por N_1 e N_2 voltas de um fio condutor e possuindo auto-indutâncias L_1 e L_2, podem ser aproximadas por solenóides muito longos de mesmo diâmetro, e que o núcleo de ferro envolto pelas espiras garante que o fluxo de campo magnético é o mesmo por cada espira em ambas.

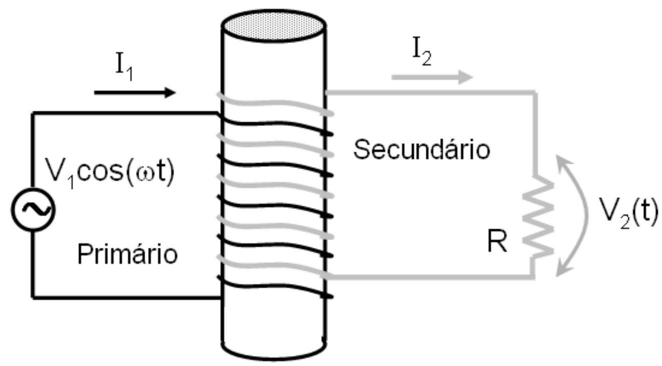


Figura 2:

(a) Mostre que nessa situação a indutância mútua M é dada por $M^2 = L_1 L_2$. Esta é a situação de *acoplamento máximo* entre os indutores. (Sugestão: calcule as auto-indutâncias de cada espira e a indutância mútua entre elas para este sistema)

(b) Analise os fluxos que passam pelas espiras e verifique que as seguintes equações são satisfeitas caso os sentidos positivos das correntes sejam escolhidos como na figura:

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} = V_1 \cos(\omega t) \quad ; \quad L_2 \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} = -I_2 R\,.$$

E se o sentido positivo de I_2 é escolhido oposto ao da figura?

(c) Resolva as equações acima para $I_1(t)$ e $I_2(t)$ usando o resultado do item (a) e supondo que as correntes não possuem componentes DC (ou seja, suas médias temporais em um período de oscilação são nulas). Qual é a fase entre $I_1(t)$ e $I_2(t)$? (Sugestão: use a notação complexa, $I_{1,2} = \mathrm{Re}(\hat{I}_{1,2}\, e^{i\omega t})$, com $\hat{I}_{1,2}$ complexo.)

(d) Mostre que a voltagem máxima V_2^{max} sobre o resistor e a voltagem máxima de entrada V_1^{max} satisfazem a relação

$$\frac{V_2^{max}}{V_1^{max}} = \frac{N_2}{N_1}\,.$$

(e) Na situação apresentada, toda a energia é transferida para o secundário. Mostre, pela conservação da energia, que

$$\frac{I_2^{max}}{I_1^{max}} = \frac{N_1}{N_2}\,.$$

③ Circuito RLC em paralelo com corrente AC (Fig. 3). Usando as leis de Kirchoff para correntes em um nó $-I_s + I_R + I_L + I_C = 0$, obtenha:

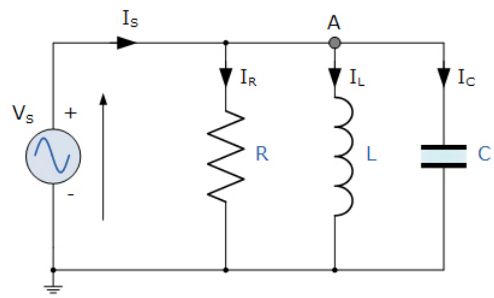


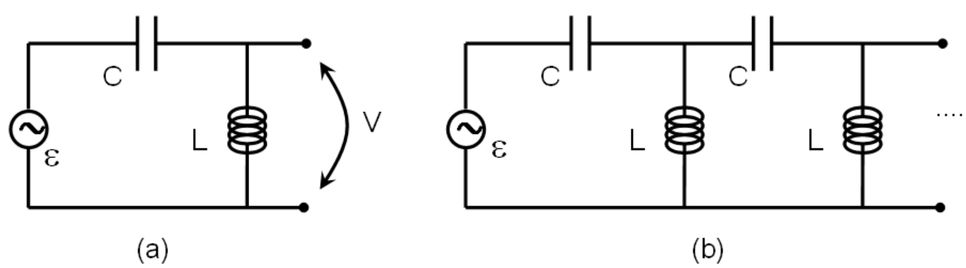
Figura 3:

(a) A equação diferencial que a corrente que passa pelo indutor (I_L) obedece

(b) A frequencia de ressonância e o fator de armotecimento

(c) Resolva a equação diferencial para o caso homogêneo, destacando os casos de armotecimento forte, fraco e crico.

④ Considere o circuito da parte **a** da próxima figura.



(a) Calcule a impedância do circuito e a amplitude máxima da voltagem entre seus terminais abertos usando a notação complexa.

(b) Imagine que se construa uma sequência infinita de circuitos como esse, formando assim um *filtro* (parte **b** da figura). Cada circuito é agora um *sítio* de uma rede semi-infinita. Escreva a equação que resulta da aplicação da Lei de Kirchhoff para o n-ésimo elemento da sequência. Resolva-a supondo que a corrente complexa I_n admite como solução $I_n = I_0\, e^{\alpha\, n}$. Denotando $p \equiv e^{\alpha}$, determine as soluções de p.

(c) As soluções de p do item anterior dividem-se em dois tipos: atenuação e onda propagante. Calcule as frequências ω em que o circuito permite a passagem de uma onda, bem como a velocidade desta. Determine as frequências atenuadas pelo filtro e a constante de atenuação.