

Prova Diagnóstico 2017

Física III

6 de Março de 2017

- Uma corda de guitarra tem $2mm$ de diâmetro e densidade de $7,68g/cm^3$. Qual é a densidade linear da corda?
 - Um painel de vidro tem densidade de área de $10kg/m^2$. Quantos quilos de vidro serão gastos para cobrir a lateral de um prédio com $45m$ de altura e $25m$ de comprimento?
 - A densidade do mercúrio é de $13,534g/cm^3$. Qual o volume ocupado por $6767kg$ do metal?
- Uma montanha russa tem altura H e cada carrinho tem massa m descontando qualquer tipo de atrito qual é o maior raio possível que um loop pode ter durante o percurso? Por quê?
- Calcule o negativo do gradiente da energia potencial $U(r) = kr^3$. Qual é o significado do resultado?
- Um corpo com massa $m = 0,5kg$ realiza um movimento harmônico simples com amplitude $A = 10m$, frequência angular $\omega = 2rad/s$ e fase $\varphi = 2\pi/3rad$. Determine.
 - A equação de movimento do corpo.
 - O período do movimento.
 - A velocidade do objeto em $t = \pi/3$.
 - A força que atua sobre o objeto em $t = 0$.
- Considere a função $y(x, t) = A \cos(2x + t)$.
 - Mostre que $f(x, t)$ é uma solução da equação de onda.
 - Calcule o comprimento de onda associado a essa função.
 - Calcule a velocidade de fase dessa onda.
- Escreva a série de Taylor para $\cos \theta$, $\sen \theta$ e $\exp \theta$ e verifique que $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sen \theta$, onde i é a unidade imaginária. Conclua que todo número complexo pode ser escrito na forma $z = |z| e^{i\theta}$, onde $\theta = Arg(z)$.

7. Seja $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y, z) = 3x^2y^3 - 4y^2 - z$ e $\vec{p} = (2, -1, 10)$.
- Calcule o gradiente de $f(x, y, z)$ em \vec{p} .
 - Parametrize a superfície de nível $f(x, y, z) = 0$ e ache o vetor normal ao ponto $(2, -1)$.
 - Ache a equação do plano tangente à superfície de nível $f(x, y, z) = 0$ em \vec{p} .
8. Sejam (x, y) e (r, θ) coordenadas no sistema cartesiano e polar respectivamente e $f(x, y) = x^2 - y^2 + y/x$
- Escreva x e y em função de r e θ e escreva $f(r, \theta)$.
 - Calcule $\frac{df}{dr}$.

Formulário

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\omega^2 x$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$v_{\text{fase}} = \frac{\omega}{k} \quad \omega = 2\pi f$$

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x_0) + \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \right|_{x=x_0} (x - x_0)^2 + \dots \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left. \frac{d^m f(x)}{dx^m} \right|_{x=x_0} (x - x_0)^m \end{aligned}$$

$$\exp \theta = 1 + \theta + \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^3}{3!} + \dots = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta^m}{m!}$$

$$z = z(x_0, y_0) + z_x(x_0, y_0)(x - x_0) + z_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$